

Concepts et Model Checking – TD 4

Question 1 – Calcul de BDDs

Construire des BDD pour les formules suivantes (à vous de choisir l'ordre) :

- (a) $(x_1 \leftrightarrow x_2) \vee (x_1 \leftrightarrow x_3)$
- (b) $s(x_1, x_2, x_3)$ t.q. $s = 1$ ssi $x_1 + x_2 + x_3 = 1$

Question 2 – Opérations logiques

Soit $x \prec y \prec z \prec u \prec w$ l'ordre des variables.

- (a) Construire (n'importe comment) des BDD pour

$$F_1 := (w \vee x \vee z) \wedge (x \rightarrow (u \wedge w)) \quad \text{et} \quad F_2 := (y \leftrightarrow z) \rightarrow w.$$

- (b) Calculer le BDD pour $F_1 \wedge F_2$, en appliquant la procédure récursive.

Question 3 Nombre de BDD différents

Soit $P_n = \{x_1, \dots, x_n\}$ un ensemble de variables, pour $n \geq 1$, où $x_i \prec x_j$ ssi $i \prec j$.

Dans le suivant, on analyse la taille de certains BDD, mesurée par le nombre de sommets étiquetés par une variable. Du coup, on considère qu'un BDD avec une seule constante comme racine est de taille 0, un BDD avec un sommet x_i et deux constantes est de taille 1, etc.

- (a) Combien de fonctions booléennes différentes existent-il sur P_2 ?
Et en général, sur P_n , sur n quelconque ?
- (b) Combien de fonctions booléennes sur P_2 se représentent avec un BDD de taille 0? Combien avec 1, 2, 3 ?
- (c) Donner un BDD sur P_4 avec autant de sommets que possible.
- (d) Quel serait le nombre de sommets maximal pour P_5 et P_6 ?
- (e) Pour n quelconque, soit N_i^n le nombre de sommets maximal étiquetés par x_i . Donner une formule pour calculer N_i^n .