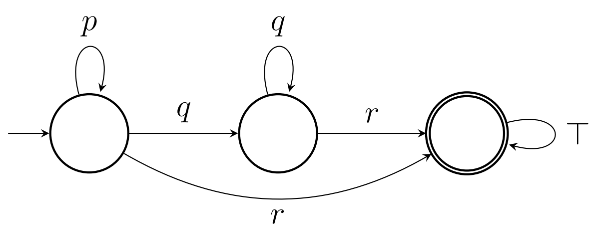
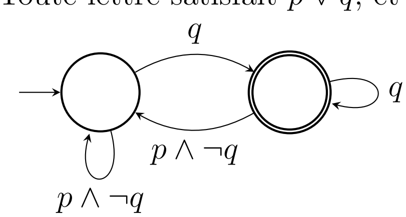
Concepts et Model Checking – TD 1 – Solutions

Question 1 – Automates de Büchi

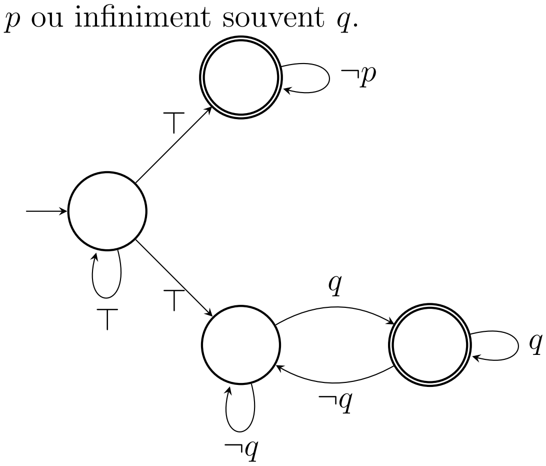
1. $\phi_1 = p \,\mathbf{U}\, (q \,\mathbf{U}\, r)$



2. $\phi_2 = \mathbf{G}\,(p \,\mathbf{U}\, q)$;
   Toute lettre satisfait $p \vee q$, et il faut q infiniment souvent.



3. $\phi_3 = (\mathbf{G}\,\mathbf{F}\,p) \to (\mathbf{G}\,\mathbf{F}\,q)$.
   La formule est équivalente à $(\mathbf{F}\,\mathbf{G}\,\neg p) \vee (\mathbf{G}\,\mathbf{F}\,q)$, donc finiment souvent p ou infiniment souvent q.

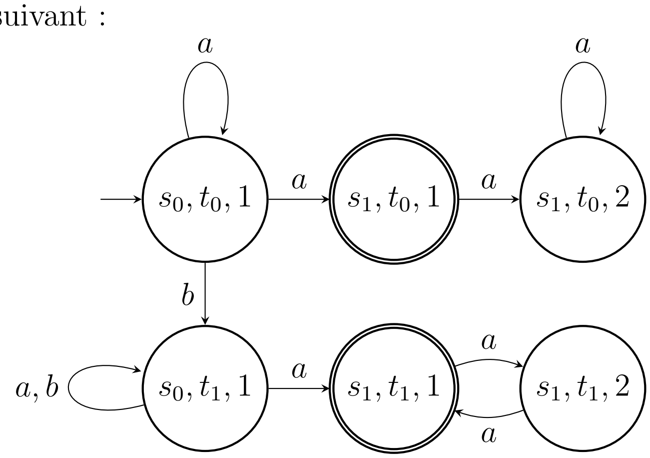


Question 2 – Logique temporelle linéaire

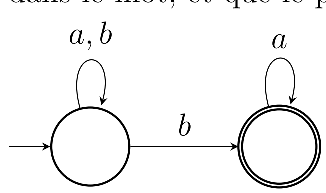
1. $\phi_1 = \mathbf{F}\,\mathbf{G}\,(p\,\mathbf{U}\,q)$ et $\phi_2 = \mathbf{F}\,\mathbf{G}\,(\neg p \to q)$;
   — $\phi_1 \Rightarrow \phi_2$ car $p\,\mathbf{U}\,q \equiv q \vee (p \wedge \mathbf{X}\,(p\,\mathbf{U}\,q))$, du coup $p\,\mathbf{U}\,q \Rightarrow p \vee q \equiv \neg p \to q$.
   — $\phi_2 \not\Rightarrow \phi_1$ car $\{p\}^\omega$ est modèle de ϕ_2 mais pas de ϕ_1.
2. $\phi_1 = \mathbf{G}\,((\mathbf{F}\,p) \to q)$ et $\phi_2 = \mathbf{G}\,(q\,\mathbf{U}\,p)$;
   — $\phi_1 \not\Rightarrow \phi_2$ car $\{q\}^\omega$ est modèle de ϕ_1 mais pas de ϕ_2.
   — $\phi_2 \not\Rightarrow \phi_1$ car $\{p\}^\omega$ est modèle de ϕ_2 mais pas de ϕ_1.

Question 3 – Intersection des AB

En appliquant la construction systématique présentée en cours, on obtient le suivant :



Un automate plus petit (construit ad-hoc) est ci-dessous. En effet, on remarque que le seconde automate exige simplement la présence d'un b quelque part dans le mot, et que le premier exige un nombre fini de b.



Question 4 AB déterministes
Pour l'intersection, on constate que la construction donnée dans le cours, appliquée aux AB déterministes, donne un AB déterministe.

Pour l'union, il convient de construire un automate de produit classique. Soient $\mathcal{B}_1 = \langle S, \Sigma, s_0, \delta_1, F\rangle$ et $\mathcal{B}_2 = \langle T, \Sigma, t_0, \delta_2, G\rangle$ deux AB déterministes, s.p.d.g. on suppose que δ_1, δ_2 sont complètes. On construit alors $\mathcal{B} = \langle S \times T, \Sigma, \langle s_0, t_0\rangle, \delta, H\rangle$ avec $\delta(\langle s, t\rangle, a) = \langle \delta_1(s, a), \delta_2(t, a)\rangle$ et $H = (F \times T) \cup (S \times G)$. Un chemin est acceptant dans $\mathcal{B}$ ssi on touche infiniment souvent des états de F ou infiniment souvent des états de G. On en conclut que $\mathcal{B}$ accepte bien l'union des langages de $\mathcal{B}_1$ et $\mathcal{B}_2$.