TD10 8 avril 2014

Logique

David Baelde et Hubert Comon
<baelde@lsv.ens-cachan.fr>

Exercice 1
On considère les règles de résolution et factorisation binaires ordonnées, ainsi que le splitting et la subsumption.

On considère une formule ϕ du fragment monadique : on ne se donne aucune symbole de fonction, et on suppose que les prédicats sont d'arité au plus 1. Soit ψ la formule obtenue par mise en forme clausale et simplification par splitting et subsumption de ϕ. Noter que ψ peut contenir des symboles de fonctions.

On se donne un ordre antisymétrique sur les symboles de fonctions, tel que $f \leq g$ si l'arité de f est inférieure à celle de g.

1. Définir un ordre sur les littéraux qui soit bien fondé, compatible avec la substitution et tel que :
   – $P(f(\ldots)) \leq Q(g(\ldots))$ si $f \leq g$
   – $P(x_i) \leq Q(f(x_1, \ldots, x_n))$
   – $Q \leq P(t)$ pour tout t quand Q est propositionnelle
   – $A \leq B$ ssi $\neg A \leq B$ ssi $A \leq \neg B$ ssi $\neg A \leq \neg B$
2. Montrer que les clauses de ψ contiennent un unique littéral maximal pour cet ordre.
3. Montrer que l'application répétée des règles de résolution + factorisation ordonnées, suivies de la simplification par splitting et subsumption, n'engendre que des clauses dans lesquelles les atomes sont ou bien des variables propositionnelles ou bien des renommages d'atomes présents dans ψ.
4. En déduire une procédure de décision pour le fragment monadique.